

Unidad 2

Análisis

Parte 1

Conjuntos numéricos

Ejercicio 1. Decidir si las siguientes cadenas de símbolos forman cada una una proposición verdadera, falsa, o no es gramatical (y por lo tanto no es ni verdadera ni falsa, no tiene sentido).

Consejo: Prestá atención a las aparentemente pequeñas diferencias entre una expresión y otra: ¡cambian todo!

	Proposición verdadera	Proposición falsa	no es gramatical
$1 \in \{1, 2, 3\}$			
$1 \subseteq \{1, 2, 3\}$			
$\{2\} \in \{1, 2, 3\}$			
$\{2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$			
$\{2\} \in \{7, \{2\}, 8\}$			

Ejercicio 2. Dados los siguientes conjuntos $A = (-\infty; 1) \cup [\frac{5}{2}; 5)$ y $B = (0; 7]$. Escribir como intervalos o unión de intervalos:

- (a) $A \cap B$. (b) $A \cup B$. (c) $A - B$. (d) $B - A$.

Ejercicio 3. Dados los siguientes conjuntos $A = (-3; 4)$ y $B = (1; 6]$. Escribir como intervalos o unión de intervalos:

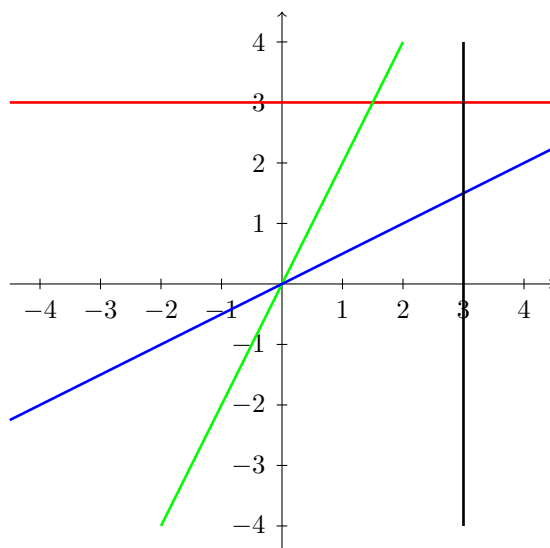
- (a) $A \cap B$. (b) $A \cup B$. (c) $A - B$. (d) $B - A$.

Ejercicio 4. Escribir como intervalo al conjunto solución de la inecuación

- (a) $3x - 8 > 13$ (c) $\frac{3x}{2} - \frac{x-4}{2} > x$
(b) $3(x - 4) - 2 \geq 5x - 2(3 - x)$

1.1. Plano cartesiano. Teorema de Pitágoras. Distancia entre puntos

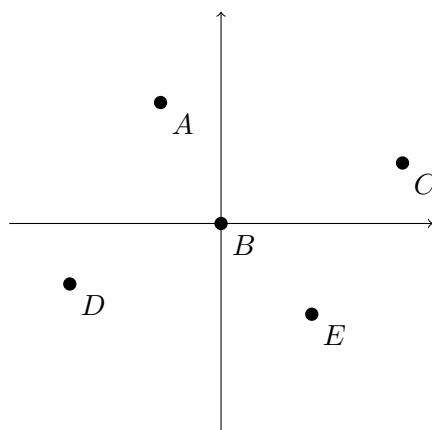
Ejercicio 5. De los conjuntos del plano cartesiano representados a continuación.



(a) ¿Cuáles son de la forma $(x, 3)$?

(b) ¿Cuáles son de la forma $(2y, y)$?

Ejercicio 6. De los siguientes puntos marcados en el plano cartesiano

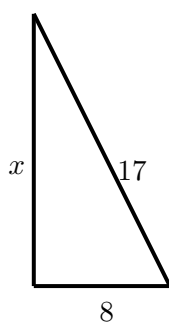


(a) ¿Cuál o cuáles tienen abscisa positiva?

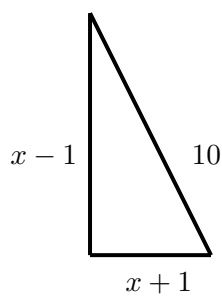
(b) ¿Cuál o cuáles tienen ordenada positiva?

Ejercicio 7. En los siguientes triángulos, ¿cuál es el valor de x ?

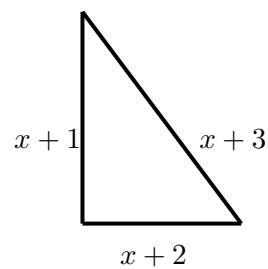
(a)



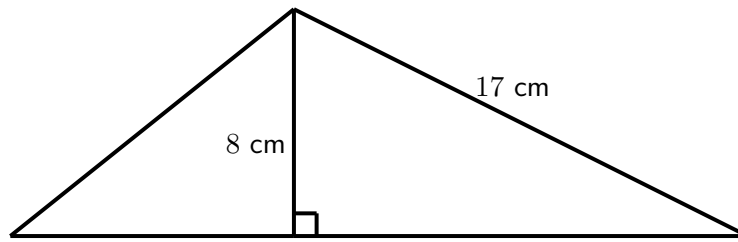
(b)



(c)



Ejercicio 8. Del siguiente triángulo NO rectángulo, se sabe que el área es 84 cm^2 y el perímetro es 48 cm . También sabemos los valores de algunos segmentos, según se indica en la siguiente figura. ¿Cuál es el valor del lado más corto del mayor de los tres triángulos representados?

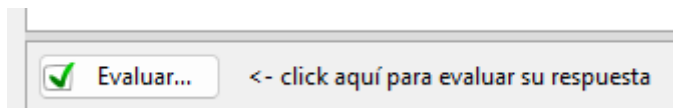


Ejercicio 9. Este es un ejercicio autocontenido para hacer en PSeInt.

Descargá el archivo del ejercicio (link [acá](#), la clave de encriptación es 'IRP').

Al abrirlo con PSeInt te va a aparecer un código incompleto y unas instrucciones (como las de acá abajo). Hacé el ejercicio.

Una vez que lo finalices buscá abajo a la izquierda el botón que dice 'Evaluar' para correr una batería de prueba. Se ve así:

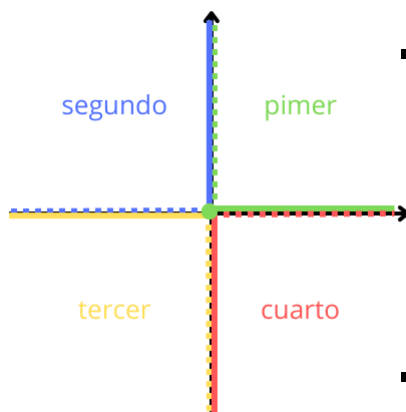


Si tu programa tiene errores vas a ver qué prueba falló y tener oportunidad de depurarlo completamente.

Cuando tu código pase la prueba vas a obtener una clave para elegir entre las opciones del cuestionario.

En este ejercicio tu objetivo es doble:

- Lograr que la variable `d` contenga la distancia que hay desde el par ordenado dado por el usuario hasta el origen de coordenadas.
- Lograr que la variable `nroDeCuadrante` contenga una cadena que será “primer”, “segundo”, “tercer” o “cuarto” según dónde esté el par ordenado dado por el usuario.
- Para esto vamos a tener que elegir algunas convenciones arbitrarias para los bordes entre los cuadrantes (ver también la ilustración de arriba):



- El (0,0) será considerado parte del primer cuadrante (aunque está entre los cuatro!)
- Si un par ordenado se encuentra en la frontera entre dos cuadrantes siempre será considerado en el cuadrante de número mas alto de los dos salvo el caso siguiente:

Los pares ordenados en la frontera entre los cuadrantes 1 y 4 se considerarán parte del primero. Ejemplos: (3,0) está en el primer cuadrante, (0,5) está en el segundo, (-8,0) está en el tercero, (0,-1) está en el cuarto.

- El valor de la cadena `nroDeCuadrante` debe ser exactamente “primer”, “segundo”, “tercer” o “cuarto”, no le agregues espacios, mayúsculas ni nada más.

Atención, no modifiques el texto que se escribe ni hagas que el programa escriba nada extra en la consola, sólo pensá cómo asignarle a esas dos variables el valor correcto.

Para estar seguros, todo lo que vos agregues debería estar entre las dos líneas de comentario que ya figuran en el código base del ejercicio.

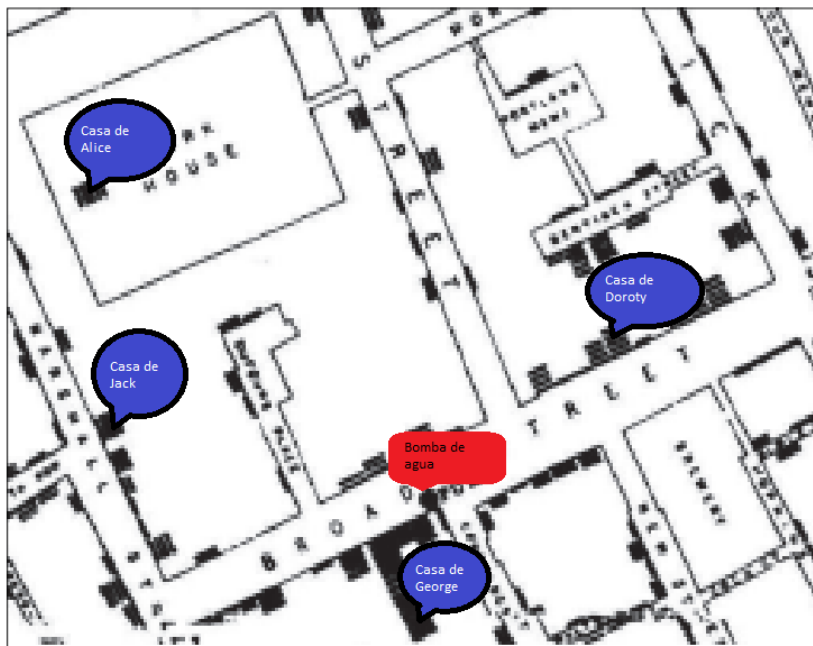
Corré como siempre la batería de pruebas con “Evaluar” para obtener la clave de ejercicio resuelto.

Ejercicio 10. Calcular la distancia entre los puntos $P = (-1, 1)$ y $Q = (2, -3)$.

Ejercicio 11. Hallar el valor de $k < 0$ para el cual la distancia entre los puntos $P = (-2, k)$ y $Q = (-1, -3)$ es $\sqrt{10}$.

Ejercicio 12. En el siguiente mapa se pueden ver las casa de cuatro de los fallecidos durante la pandemia de cólera.

La casa de Doroty se encuentra a 100 metros al este y 80 metros al norte del pozo de agua. La de Alice a 250 metros al oeste y 180 metros al norte del pozo de agua. La de Jack a 90 metros al oeste y a 30 metros al norte del pozo de agua. Y por último el hogar de George a 30 metros al oeste y a 20 metros al sur del pozo de agua.

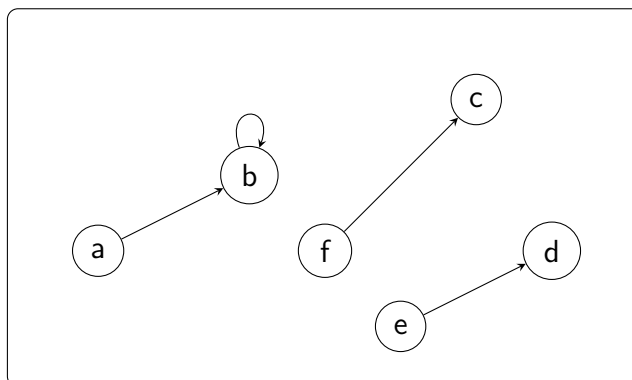


- Tomando como centro de refencia al pozo de agua de Broad street, representá en un sistema de ejes cartesianos.
- La distancia entre los hogares de Doroty y George medida en kilómetros es aproximadamente.
- La distancia entre los hogares de George y Jack medida en centímetros es aproximadamente.
- La distancia entre los hogares de Alice y Jack medida en milímetros es aproximadamente.

Funciones

2.1. Funciones no numéricas

Ejercicio 1. En la figura de abajo vemos unos círculos con letras unidos por algunas flechas. Es lo que se llama un "grafo". A los círculos con letras los llamamos nodos y a las flechas... flechas :P.



Un grafo en el conjunto $\mathbf{U}$

Llamemos $\mathbf{U}$ al conjunto de letras, $\mathbf{U} = \{a, b, c, d, e, f\}$.

Aprovechando que en este grafo no hay dos flechas distintas que salgan del mismo nodo, queremos definir una función g cuyo dominio sea un subconjunto de $\mathbf{U}$, tal que $g(x) = y$ quiera decir que hay una flecha que parte del nodo 'x' y termina en el nodo 'y'.

Indicá cuales letras están en el dominio, cuales están en la imagen de esta función y cuales en el tercer conjunto definido por comprensión.

(a) $Dom(g)$

(b) $Im(g)$

(c) $\{x \in \mathbf{U} : g(x) = b\}$

Ejercicio 2. Llamemos $\{A, B\}^{(\mathbb{N})}$ al conjunto de todas las cadenas/secuencias de letras A o B consecutivas. Dos cadenas se considerarán idénticas si tienen las mismas letras puestas en el mismo orden. Notaremos a estas cadenas con comillas dobles (por ejemplo "AABAB") y aceptaremos también la cadena vacía (" ").

(a) ¿Cual es las siguientes proposiciones es verdadera?

☐ "BABA" $\in \{A, B\}^{(\mathbb{N})}$

☐ $\{A, B\}^{(\mathbb{N})} \subseteq \text{"ABBA"}$

☐ "BABAA" $\subseteq \{A, B\}^{(\mathbb{N})}$

☐ $\{A, B\}^{(\mathbb{N})} \in \text{"ABA"}$

(b) Consideremos ahora la función, $F : \{A, B\}^{(\mathbb{N})} \rightarrow \{A, B\}^{(\mathbb{N})}$ que a cierta cadena le asigna otra mediante este procedimiento:

- Reemplazar cada "A" de la cadena original por una "B" en la nueva cadena
- reemplazar cada "B" de la cadena original por la cadena "AB" en la nueva cadena.

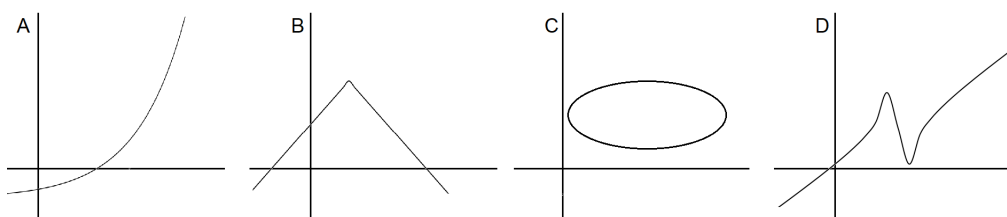
Por ejemplo, (el código de colores es sólo para facilitar la lectura)

$$F("ABBA") = "BABABB"$$

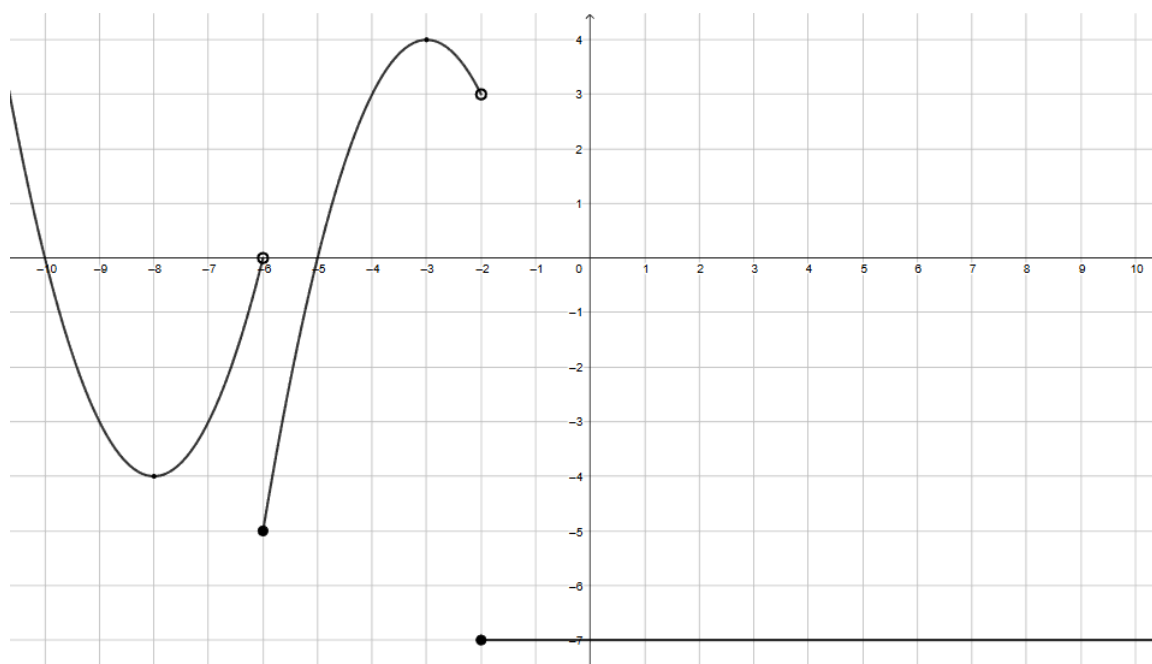
- (I) En ese caso decimos que la cadena _____ es la imagen de la cadena _____ por la función F . Completar con "ABBA" y "BABABB".
- (II) Completar:
- $F("BABA") =$ _____
 - $F(_____) = "BABBB"$
- (III) Entre las siguientes cadenas ¿cuáles están en el conjunto imagen de la función F ?
- ☐ "AABA" ☐ "ABABAB" ☐ "BB" ☐ "BAA"

2.2. Funciones numéricas

Ejercicio 3. Señalá cual de los siguientes gráficos NO corresponde a una función

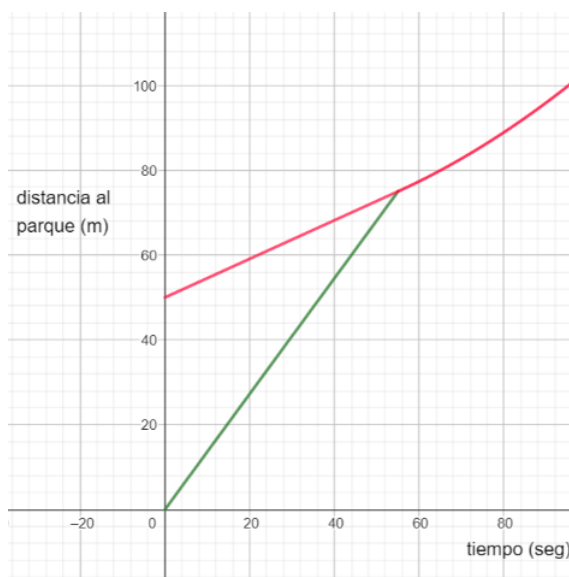


Ejercicio 4. Sabiendo que el gráfico de la función f es el siguiente:



dar el dominio, imagen, conjunto de ceros, conjunto de positividad, conjunto de negatividad, puntos de corte con los ejes y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 5. Damiana, al irse del parque olvidó de subir a su perro Vicente en la parte trasera de su camioneta. Los gráficos hacen referencia al movimiento de la camioneta y de Vicente, que corre para alcanzarla.



- ¿Cuál es el gráfico que representa el recorrido de Vicente?
- ¿En qué momento del tiempo comenzó Vicente a correr? ¿A qué distancia estaba Damiana de Vicente en ese momento?
- Vicente, ¿alcanza a subir a la camioneta? En caso afirmativo, ¿cuánto tiempo y cuántos metros aproximadamente corrió?

Ejercicio 6. Dar el dominio natural y los puntos de intersección con los ejes coordenados de las siguientes funciones

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|--|
| (a) $g(x) = \sqrt{-2x + 9}$ | (c) $h(x) = 3x - 1$ | (e) $j(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{-3x+9}}$ |
| (b) $f(x) = \frac{x-1}{2x+4}$ | (d) $i(x) = \frac{x+5}{\sqrt{-3x+9}}$ | |

2.3. Funciones lineales

Ejercicio 7. Dar la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes funciones lineales.

- | | |
|--|---------------------|
| (a) $f(x) = 6x + 35$ | (b) $f(x) = 2x + 5$ |
| (c) $f(x)$ es la función lineal que pasa por los puntos $(3; -1)$ y $(5; 7)$ | |

Ejercicio 8. Seleccioná los puntos que pertenecen al gráfico de la recta $y = 2x - 3$

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| ☐ $(-1, -5)$ | ☐ $(0, 3)$ | ☐ $(3, 3)$ |
| ☐ $(1, 1)$ | ☐ $(2, 1)$ | ☐ $(2, -3)$ |

Ejercicio 9. Dar el valor de k para que $(k, 2)$ pertenezca a la recta de ecuación $y = 2x - 3$.

Ejercicio 10. En cada caso, dar la ecuación de la recta $y = f(x)$ que verifica lo pedido.

- (a) Pasa por los puntos $(3; 9)$ y $(1; 5)$
- (b) $f(-2) = 4$ y $f(1) = -2$
- (c) $f(-1) = 3$ y $f(2) = 3$
- (d) Pasa por el $(2; 1/2)$ y es paralela a $2y - 4x = 5$
- (e) Es perpendicular a $y = \frac{2}{3}x - 2$ y pasa por el $(-2; -1)$



Un video con una posible resolución del ítem (a)

Ejercicio 11. Dar las coordenadas del punto de intersección entre las rectas dadas por las ecuaciones. Graficar las rectas.

- (a) $y = x - 1$ e $y = -x + 2$
- (b) $2x - y = 3$ y $-4x + 2y = -7$
- (c) $x + 2y = -1$ y $2x - 3y = -9$
- (d) $y = 5x - 4$ y $x = 2$

Ejercicio 12. Dadas las ecuaciones de las rectas decidir cuáles son paralelas y cuáles perpendiculares

$$\begin{cases} r : y = 2x + 1 \\ s : y = -\frac{1}{2}x - 5 \\ t : y = 2x - 3 \\ u : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{5} \end{cases}$$

Ejercicio 13. ¿Cómo debería ser un programa que calcule la intersección entre dos rectas?

Te proponemos que pienses, cuales deberían ser sus variables de entrada y salida y la especifiques: es decir que describas exactamente cómo debería funcionar, qué se supone que representan los datos de entrada, qué tiene que devolver, teniendo en cuenta todos los casos posibles (¿y si no hay intersección entre las rectas? ¿y si las “dos” rectas resultan ser la misma?)

Pensá que la intersección es casi siempre un punto con dos componentes. ¿Cómo podemos devolver esas dos componentes y también información extra para indicar que estamos en alguno de los casos “raros” (no hay intersección, etc)?

Especificá los requerimientos de la función y si podés, implementalo en PSeInt.

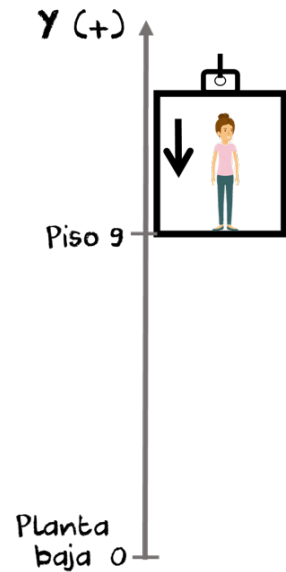
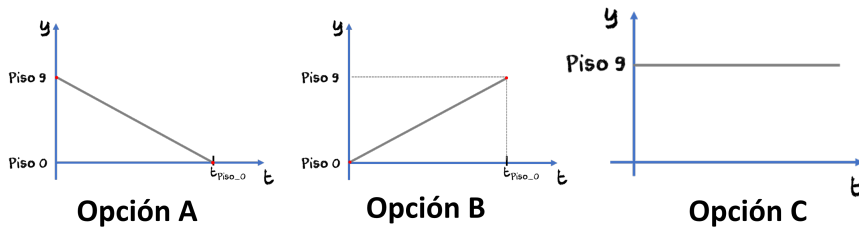
2.4. Sistemas de referencia

Ejercicio 14. Seleccione la única respuesta que es Falsa.

- ☐ Existe un único sistema de referencia que nos permite resolver adecuadamente un problema.
- ☐ Cuando elijo un sistema de referencia debo indicar el origen, la dirección y el sentido de los ejes del mismo.
- ☐ Cuando se informa la posición de un cuerpo/objeto siempre se hace con respecto de un sistema de referencia.

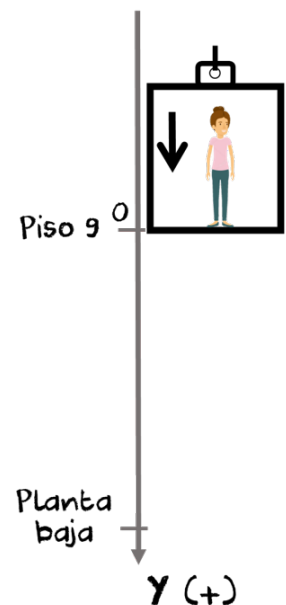
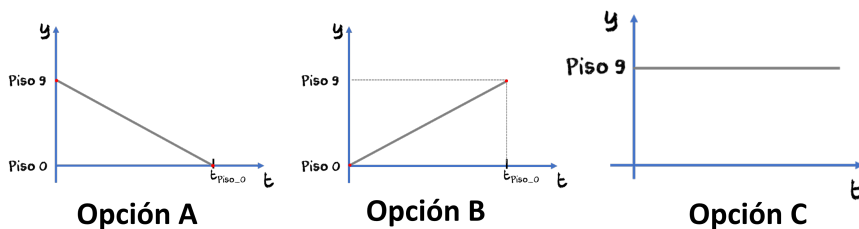
Ejercicio 15. Un ascensor parte desde el noveno piso hacia planta baja.

Si se toma un sistema de referencia como el de la figura de la derecha, seleccione que gráfico describe mejor la situación del enunciado: (revise cuidadosamente dónde está el origen y cómo está orientado el sistema de referencia)

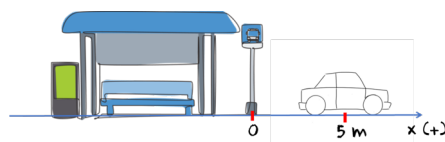


Ejercicio 16. Un ascensor parte desde el noveno piso hacia planta baja.

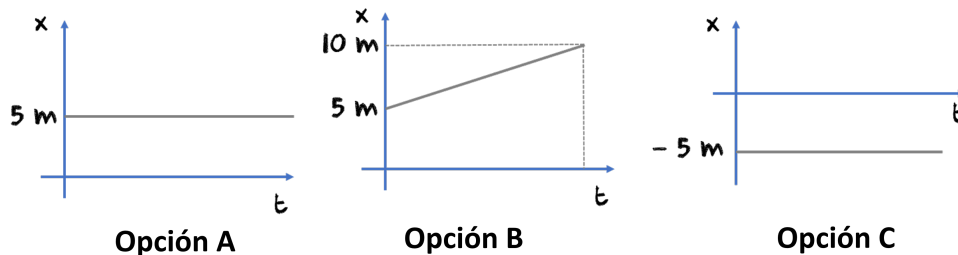
Si se toma un sistema de referencia como el de la figura de la derecha, seleccione que gráfico describe mejor la situación del enunciado: (revise cuidadosamente dónde está el origen y cómo está orientado el sistema de referencia)



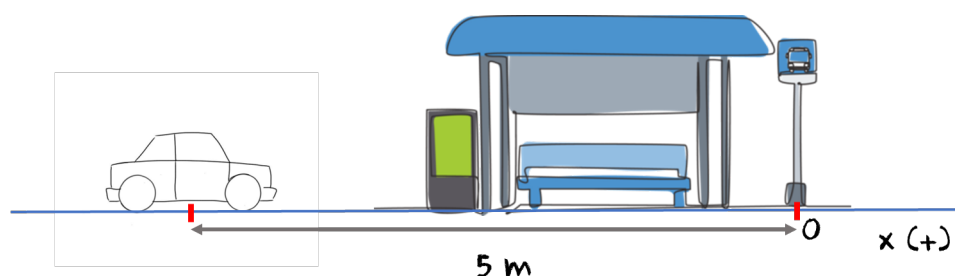
Ejercicio 17. Un auto se encuentra estacionado en la calle, 5 metros a la izquierda de una parada de colectivos.



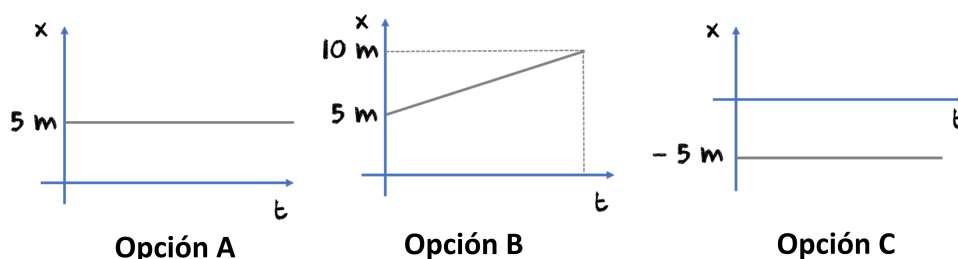
Si se toma un sistema de referencia como el de la figura, seleccione que gráfico describe mejor la situación del enunciado:



Ejercicio 18. Un auto se encuentra estacionado en la calle, 5 metros a la izquierda de una parada de colectivos.



Si se toma un sistema de referencia como el de la figura, seleccione que gráfico describe mejor la situación del enunciado:



Ejercicio 19. En el video de magnitudes vectoriales y en el apunte vimos que la velocidad es la magnitud física que mide cuánto cambia la posición de un cuerpo a medida que transcurre el tiempo y vimos cómo calcular la velocidad media de un cuerpo.

Analiza la siguiente situación y responde:

Dos pueblos están unidos por una ruta recta de 162 km . Un ciclista va de un pueblo a otro pedaleando a una velocidad media de 9 m/s . ¿Cuánto tardó en hacer el recorrido?

Ejercicio 20. ¿Cuál es la velocidad en m/s de un auto que se desplaza a 115 km/h ?